

**Построение портфеля торговых систем,  
находящегося в однозначном соответствии  
с предпочтениями и опасениями инвестора.**

**Тимур Бакеев,  
Исследовательский отдел  
ЗАО "РИСК-ИНВЕСТ".**

Октябрь 2003, Москва

## Часть I. Постановка проблемы.

- Как распределить активы между несколькими торговыми системами?
- По каким причинам традиционные способы построения портфеля **a la Марковиц** представляются нам неудовлетворительными?

## Задача выбора (оптимизации) портфеля.

Дано:

- Набор торговых стратегий (разные рынки, инструменты, принципы извлечения прибыли, таймфреймы) :  $i = 1, 2, \dots, J$ .
- Ценовая история  $t = 1, 2, \dots, T_{test}$ , не использовавшаяся при оптимизации параметров торговых стратегий (**out-of-sample**).

Цели:

Найти **оптимальное** распределение капитала с учетом задач бизнеса, допустимых рисков, субъективных предпочтений. Создать набор **инвестиционных стратегий (альтернатив)** для разных целевых групп.

## Традиционный подход: Modern Portfolio Theory (Марковиц), Capital Asset Pricing Model (Шарп).

- Построить вероятностный прогноз будущего на основании статистической обработки информации о потоках платежей в прошлом.  
(при каких условиях такой прогноз возможен?)
- Задать величину "риска" для каждого вероятного сценария.
- Вычислить "средние" доходность и риск для всех портфелей.
- Для фиксированного риска максимизировать доходность. Выбрать точку на *эффективной границе*.

## Выбор риска существенно определяет результат:

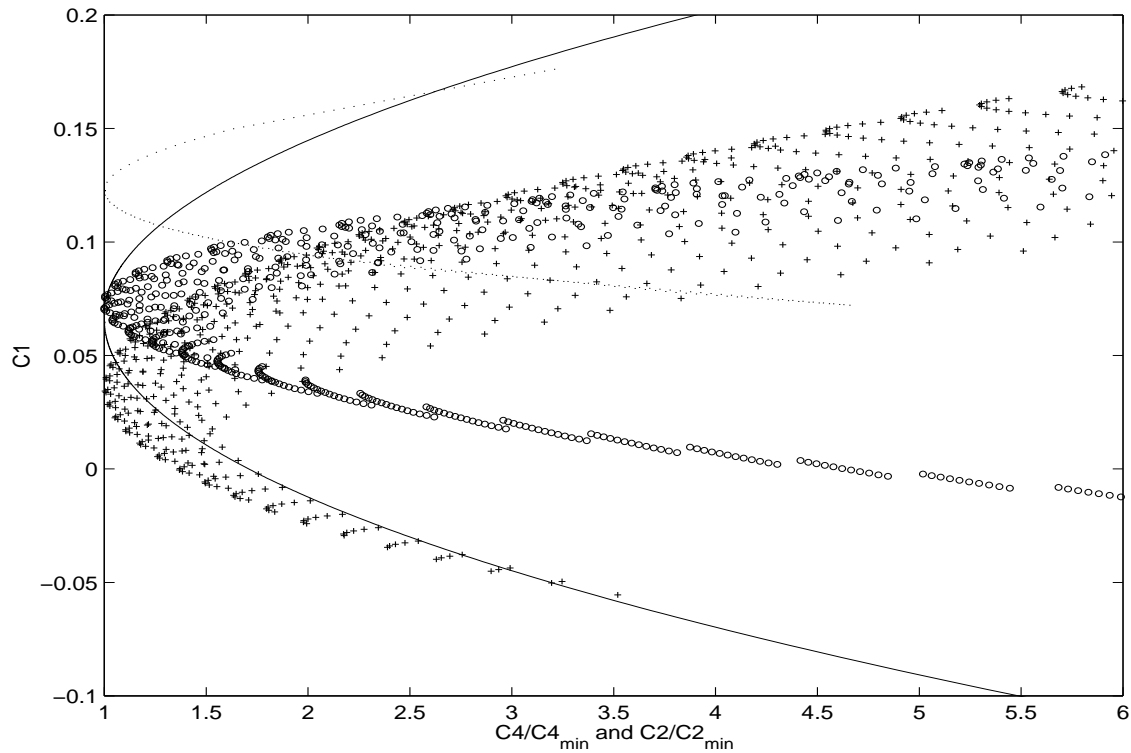


FIG. 1. Эффективные границы множества портфелей из трех инструментов (Chevron-Exxon-Malaysian Ringgit) для разных определений риска. Рисунок взят из работы J.Andersen, D.Sornette, <http://xxx.lanl.gov/cond-mat/9907217>.

## Что нас не устраивает в традиционной схеме?

- Игра вслепую: сложно понять, какие последствия влечет тот или иной выбор риска. Трудности с реализацией простейших ограничений, например: "с вероятностью 85% не допустить просадку счета в 10% и более".
- Отсутствие критерия для выбора точки на эффективной границе (т.е. значения принимаемого риска). Стандартная инструкция "если хотите более агрессивный портфель, увеличивайте риск" неприемлема при ответственном планировании.
- "Переобученность" (переоптимизация) портфеля: эффективная граница на участке построения портфеля всегда завышена.

## Часть 2. Оправдано ли применение статистических методов для прогнозирования будущих результатов и построения портфеля?

Необходимые условия:

- Стационарность потока платежей.
- Достаточная протяженность стационарной истории.
- Недопущение "переобученности" портфеля на конкретной реализации потока платежей в прошлом.
- Фильтрация "уникальных" событий.

# Стационарно ли распределение потоков платежей?

Будет ли будущее **в вероятностном смысле** похоже на прошлое?

**pro** На малых таймфреймах (5 минут - 1 час) развитые западные рынки квазистационарны на длительных периодах.

**pro** Мы можем проверять стационарность потоков платежей на прошлой истории (непараметрические критерии).

**contra** Взаимодействие рынка с уникальным историческим процессом.

**contra** Изменения инфраструктуры, ликвидности и состава участников.

**contra** Компромисс между стационарностью и репрезентативностью.



**Торговые системы, входящие в портфель:  
квазистационарность на истории.**

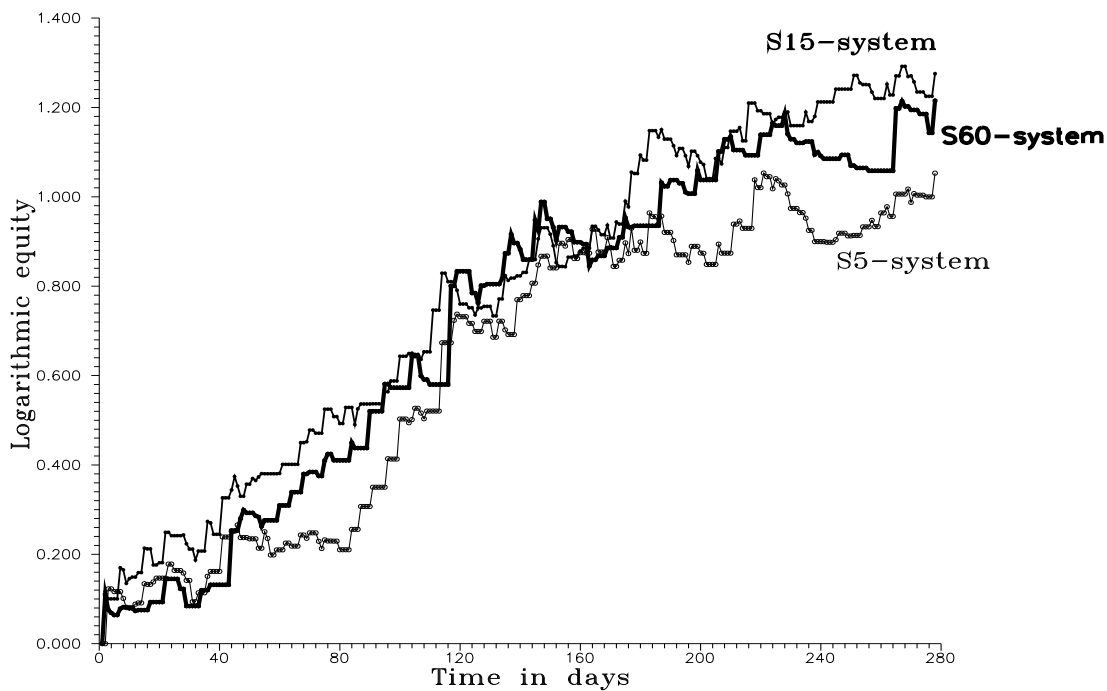


FIG. 2. Эволюция изменения логарифма капитала для трех торговых систем на РАО ЕЭС, таймфреймы 5, 15 и 60 мин., период 01.2002 - 02.2003.

**Устойчивость результатов системной торговли:  
усреднение по большому количеству ”событий”.**

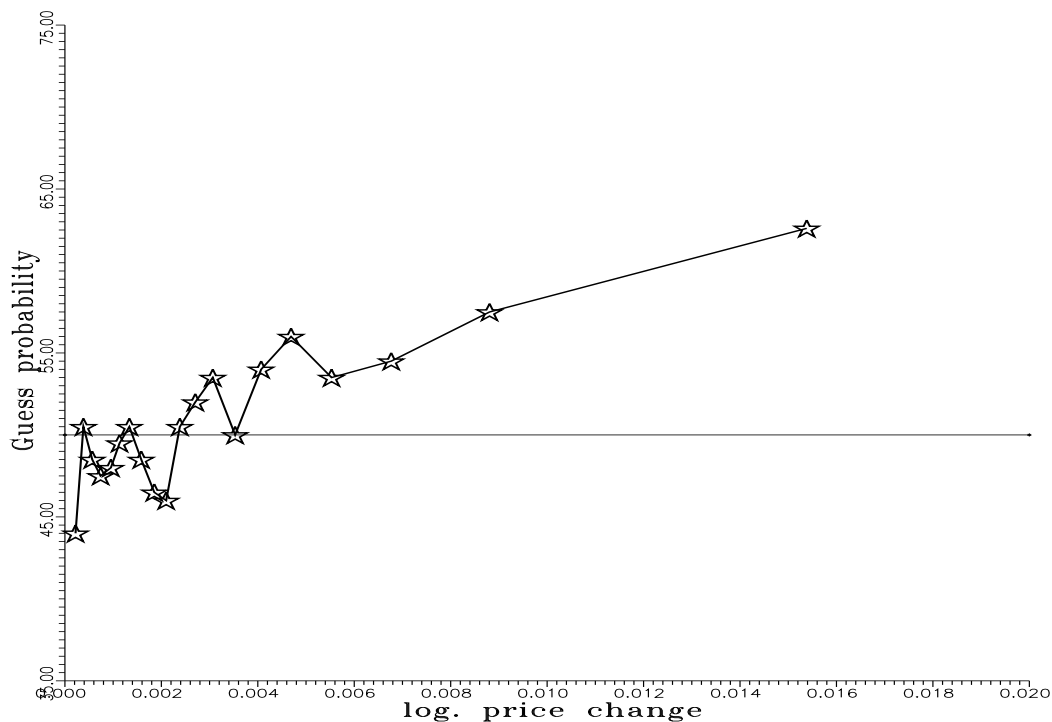


FIG. 3. Вероятность угадывания направления ценового движения в зависимости от амплитуды. Торговая система на РАО ЕЭС, таймфрейм 15 мин. Каждая точка получена усреднением по 200-м свечам с приблизительно одинаковыми амплитудами.

Один из критериев фальсификации статистического прогноза -  
регистрация маловероятного события.

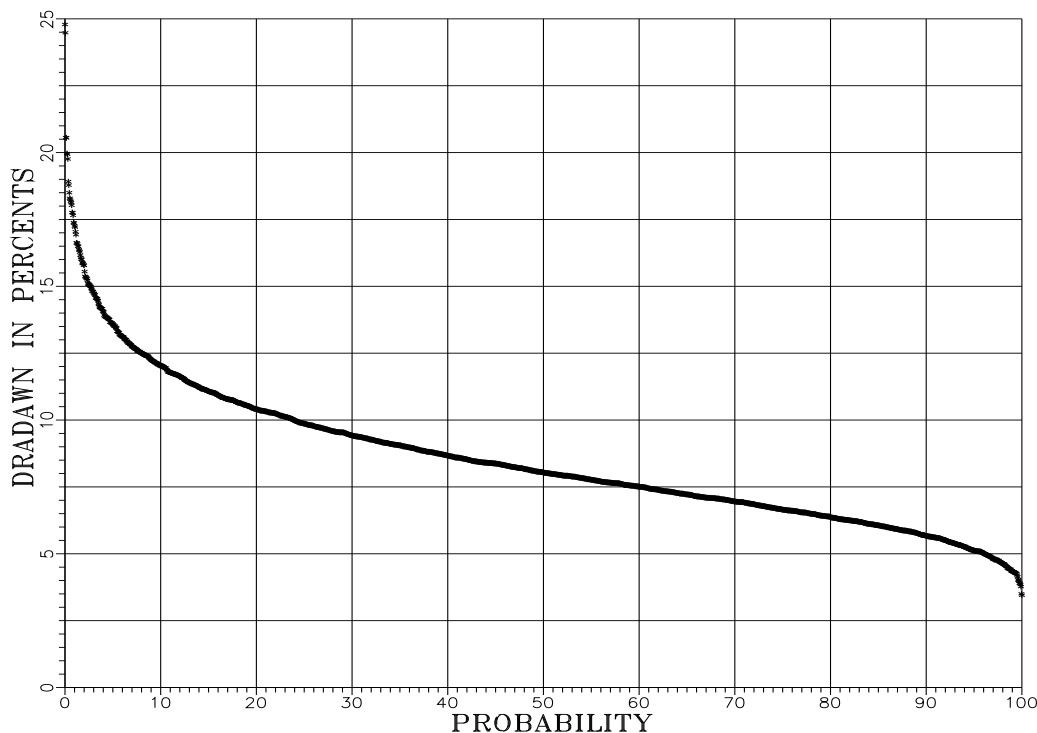


FIG. 4. Вероятность того, что максимальная просадка счета превысит заданное значение в течение года. Оптимальный (в нашем понимании) портфель из трех торговых систем на РАО ЕЭС, период построения 11.2000 - 12.2001, период прогноза 01.2002 - 02.2003.

Метод прогноза: создание множества равновероятных сценариев инвестиционного периода (Монте Карло).

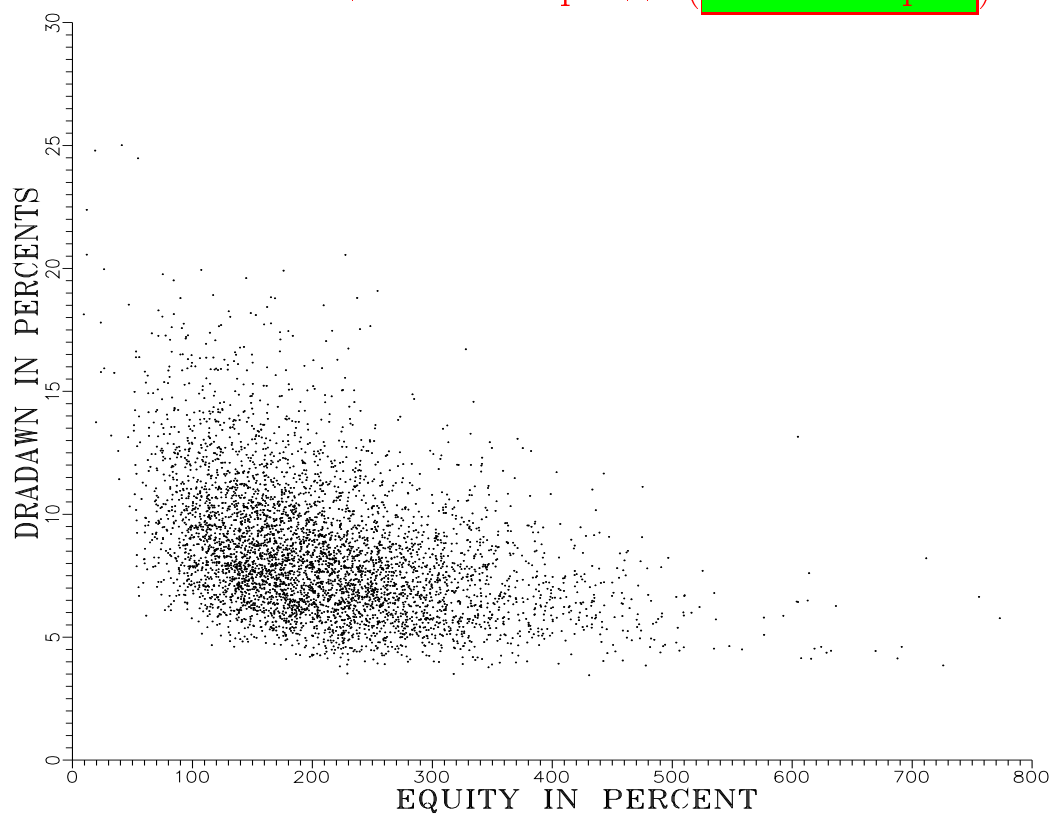


FIG. 5. Прибыль и максимальная просадка для 5000 сценариев протяженностью 1 год. Оптимальный портфель из трех торговых систем на РАО ЕЭС, таймфреймы 5, 15 и 60 мин.

## Часть 3. Как реализовать предпочтения инвестора?

- Пригодность понятия "риск" для субъективной дифференциации событий по "степени нежелательности".
- Введение функции спроса на риск.
- Определение субъективной стоимости прогнозируемых сценариев инвестиционного периода.
- Определение стоимости портфеля как средней стоимости его сценариев. Максимизация.
- "Шумовая" устойчивость портфеля.

**Интерсубъективность метода  $\Leftrightarrow$  субъективизм  
построения.**

**Выражение в риске нашего понимания  
”неблагоприятности”: двумерный риск.**

- 1) **Просадка счета**  $\Rightarrow$  максимальный дродаун в течение инвестиционного периода  $\mathcal{D}_\omega$ .
  
- 2) **Недостижение инвестиционной цели**  $\Rightarrow$  разница между заранее заданной инвестиционной целью  $\mathcal{Y}_{min}$  и доходностью за инвестиционный период  $\mathcal{Y}_\omega$  в случае недостижения этой цели к концу инвестиционного периода:  $\mathcal{U}_\omega = \theta(\mathcal{Y}_{min} - \mathcal{Y}_\omega)$

## Функция Стоимости Риска.

Ввести риск недостаточно, необходимо задать его субъективную стоимость. **ФСР** на всех возможных сценариях будущего определяется как **минимальная доходность** с обратным знаком, за которую мы согласны принять данный риск.

Стоимость риска - функция от риска:  $\zeta_{\omega} = \zeta_{\omega}(\mathcal{D}, \mathcal{U})$

Стоимость портфеля:  $\Upsilon_{\omega} = \langle \mathcal{Y}_{\omega} + \zeta_{\omega} \rangle_{scenarios}$

доходность плюс стоимость риска, усредненные по всем сценариям.

### Пример 1.

$$\zeta_{\omega} = -4\mathcal{D}_{\omega}$$

”Просадка в течение года не должна превышать доходности за минимальный отчетный период - один квартал.” Мы требуем от портфеля как минимум 4 единицы доходности за одну единицу риска. Иначе не инвестируем.

### Пример 2.

$$\zeta_{\omega} = \begin{cases} 4\mathcal{D}, & \text{если } \mathcal{D} \leq 0.10 \\ e^{4\mathcal{D}} - 1, & \text{если } \mathcal{D} > 0.10 \end{cases} \quad (1)$$

”Просадка в течение года не должна превышать 10%”



### Пример 3.

$$\begin{aligned}\zeta_{\omega} &= -4\mathcal{D}_{\omega} - \mathcal{U}_{\omega} \\ \mathcal{U}_{\omega} &= \theta(0.40 - \mathcal{Y}_{\omega})\end{aligned}\tag{2}$$

”Мы поощряем портфели, в которых доминируют сценарии, имеющие не менее чем 40% годовую доходность.”

Оптимальный портфель  $\omega_{max}$ : максимальная стоимость  $\Upsilon_{max}$ .

Шумовая устойчивость: "усреднение" по всем портфелям с весом, подавляющим вклад портфелей с низкой стоимостью.

$$\omega_{opt} = \frac{\sum_{\alpha} \omega_{\alpha} e^{-\mathcal{H}_{\alpha}}}{\sum_{\alpha} e^{-\mathcal{H}_{\alpha}}} \quad \mathcal{H}_{\alpha} = \beta \left( 1 - \frac{\Upsilon_{\alpha}}{\Upsilon_{max}} \right) \quad (3)$$

Исследования продемонстрировали, что такой портфель  
более робастный.

**Оптимальное кредитное плечо для оптимального портфеля. Единица риска стоит 4 единицы доходности**

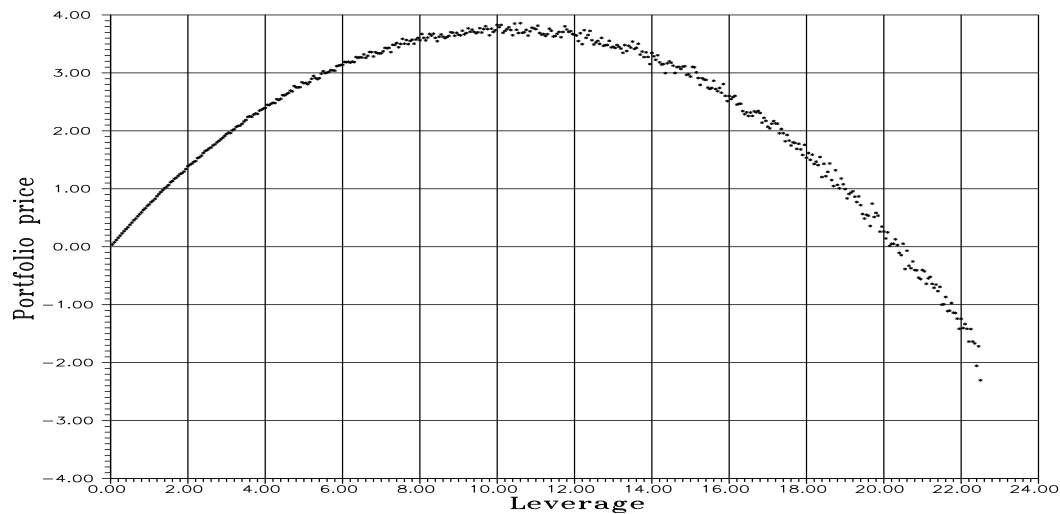


FIG. 6. Зависимость стоимости портфеля от размера кредитного плеча. 3 торговые системы на РАО ЕЭС, инвестиционный период 1 год. Мера риска - максимальная просадка счета  $\mathcal{D}$ . Стоимость риска  $\zeta = -4\mathcal{D}$ .

Оптимальное плечо равно  $10.4 \pm 0.6$ .

## Резюме.

- Улучшенная методика прогноза.
- Контроль соблюдения ”статистических гипотез”.
- Определение риска в соответствии с предпочтениями.
- Воплощение бизнес-плана путем задания функции стоимости риска.
- Робастность оптимального портфеля по отношению к флуктуациям ценовых данных и внешних параметров.

## **Дополнительные материалы.**

## Математический минимум. Используемые объекты.

1) Поток платежей для каждой стратегии на ценовой истории:

$$\rho_i(t) = \ln C_i(t) - \ln C_i(t - 1) ; \quad i = 1, \dots, J. \quad (4)$$

2) Неизменные в течение инвестиционного периода веса стратегий:

$$\omega_i : \quad \sum_{i=1}^J \omega_i = 1 . \quad (5)$$

3) Поток платежей на истории для всех возможных портфелей:

$$\sigma_\omega(t) = \ln \sum_{i=1}^J \omega_i e^{\rho_i(t)} . \quad (6)$$

Портфельное реинвестирование. Пересмотр весов в конце инвестиционного периода (периода квазистационарности).

## Эффект инвестиционного горизонта.

Инв.горизонт (в месяцах)	веса ТС		
	15 мин.	5 мин.	60 мин.
3	41 ± 4	18 ± 3	42 ± 4
6	44 ± 4	14 ± 3	41 ± 4
12	49 ± 4	10 ± 3	41 ± 4
24	56 ± 4	4 ± 3	40 ± 4

Чем больше инвестиционный горизонт, тем менее диверсифицирован портфель. Однако, прогноз на период, превышающий время приближительной стационарности, большого смысла не имеет.